

Вариант 1

2) Каждое из логических выражений А и В зависит от одного и того же набора из 7 переменных. В таблицах истинности обоих выражений в столбцах значений стоит ровно по 8 единиц в каждой таблице. Каково минимально возможное число нулей в столбце значений таблицы истинности выражения $\neg A \wedge B$?

4) В сообщении встречается 50 букв А, 30 букв Б, 20 букв В и 5 букв Г. При его передаче использован неравномерный двоичный префиксный код, который позволил получить минимальную длину закодированного сообщения. Какова она в битах?

5) На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Вычисляется сумма S_1 всех чётных цифр десятичной записи числа N. Если чётных цифр нет, сумма S_1 считается равной 0.
2. Вычисляется сумма S_2 всех цифр десятичной записи числа N, стоящих в чётных разрядах. Разряды нумеруются справа налево, начиная с 0.
3. Вычисляется результат R как модуль разности S_1 и S_2 .

Пример: Дано число $N = 4321$. Сумма чётных цифр $S_1 = 4 + 2 = 6$. Сумма цифр в чётных разрядах $S_2 = 3 + 1 = 4$. Результат работы алгоритма $R = 6 - 4 = 2$.

Укажите наименьшее число, в результате обработки которого по данному алгоритму получится число 26.

6) Определите наименьшее введённое значение переменной s, при котором программа выведет число 68.

```
var s, n: integer;
begin
  readln(s);
  n := 740;
  while s+n<1200 do
  begin
    s := s + 6;
    n := n - 4
  end;
  writeln(n)
end.
```

7) Данные объемом 30 Мбайт передаются из пункта А в пункт Б по каналу связи, обеспечивающему скорость передачи данных 2^{22} бит в секунду, а затем из пункта Б в пункт В по каналу связи, обеспечивающему скорость передачи данных 2^{19} бит в секунду. От начала передачи данных из пункта А до их полного получения в пункте В прошло 18 минут. Сколько времени в минутах составила задержка в пункте Б, т.е. время между окончанием приема данных из пункта А и началом передачи данных в пункт В?

8) Вася составляет 6-буквенные коды из букв П, А, Й, Щ, И, К. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и не может содержать сочетания ИА. Сколько различных кодов может составить Вася?

9) Исполнитель Черепашка перемещается на экране компьютера, оставляя след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует две команды: **Вперёд n** (где **n** — целое число), вызывающая передвижение Черепашки на **n** шагов в направлении движения; **Направо m** (где **m** — целое число), вызывающая изменение направления движения на **m** градусов по часовой стрелке. Запись **Повтори k [Вперед n Направо m]** означает, что последовательность команд в скобках повторится **k** раз.

Откройте файл электронной таблицы **9-1.xls**, содержащей в каждой строке три натуральных числа, являющиеся последовательностью значений **k, n, m**. Выясните, какое количество троек чисел соответствует тому, что на экране появится правильный шестиугольник. В ответе запишите только число.

11) Для регистрации на сайте необходимо продумать пароль, состоящий из 10 символов. Он должен содержать хотя бы 3 цифры, а также строчные или заглавные буквы латинского алфавита (алфавит содержит 26 букв). В базе данных для хранения сведения о каждом пользователе отведено одинаковое и минимальное возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственного пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт одинаковое для каждого пользователя. Для хранения сведений о 30 пользователях потребовалось 870 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе. В ответе запишите только целое число – количество байт.

12) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах **v** и **w** обозначают цепочки цифр.

заменить (**v, w**)

нашлось (**v**)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки **v** на цепочку **w**, вторая проверяет, встречается ли цепочка **v** в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение "истина", в противном случае возвращает значение "ложь".

Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (88777) ИЛИ нашлось (7)

ЕСЛИ нашлось (88777)

ТО заменить (88777, 8)

ИНАЧЕ заменить (7,8)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 120 идущих подряд цифр 7?

14) Значение выражения $9^{81} + 27^{729} - 4$ записали в системе счисления с основанием 9. Затем все нули заменили на максимальную цифру в этой записи. Определите, сколько раз встречается максимальная цифра в этой записи после преобразования.

15) На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5, 110]$, $Q = [15, 42]$ и $R = [25, 70]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

16) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 0 \text{ при } n = 0$$

$$F(n) = F(n/2) - 1 \text{ при } n > 0 \text{ для чётных } n$$

$$F(n) = 3 + F(n-1) \text{ при } n > 0 \text{ для нечётных } n$$

Сколько различных значений может принимать функция $F(n)$ для чисел n , меньших 1000?

17) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку $[2827; 18186]$, которые удовлетворяют следующим условиям:

а) Число в шестнадцатеричной записи оканчивается на F, но при этом не оканчивается на 1F.

б) Число делится на V_{16} .

Найдите количество таких чисел и квадрат максимального из них. В ответе запишите сначала количество, а затем квадрат максимального числа.

19-21) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу один камень;**

б) **добавить в кучу два камня;**

в) **добавить в кучу три камня;**

г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 33$.

Задание 19.

Найдите значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

Задание 20.

Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21

Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Вариант 2

2) Каждое из логических выражений A и B зависит от одного и того же набора из 6 переменных. В таблицах истинности обоих выражений в столбцах значений стоит ровно по 25 единиц в каждой таблице. Каково максимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $\neg A \wedge \neg B$?

4) В сообщении встречается 7 разных букв. При его передаче использован неравномерный двоичный префиксный код. Известны коды двух букв: 10, 111. Коды остальных пяти букв имеют одинаковую длину. Какова минимальная суммарная длина всех 7-ми кодовых слов?

5) На вход алгоритма подаётся натуральное число N. Алгоритм строит по нему новое число R следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа N.
2. К этой записи дописываются ещё несколько разрядов по следующему правилу:
 - а) Если N чётное, то к нему справа приписывается в двоичном виде сумма цифр его двоичной записи;
 - б) Если N нечётное, то к нему справа приписываются два нуля, а слева единица.

Например, двоичная запись числа 1101 будет преобразована в 1110100.

Полученная таким образом запись (в ней как минимум на один разряд больше, чем в записи исходного числа N) является двоичной записью искомого числа R.

Укажите наименьшее число N, для которого результат работы данного алгоритма больше 215. В ответе это число запишите в десятичной системе счисления.

6) Получив на вход некоторое натуральное число X, этот алгоритм печатает одно число. Укажите второе (по возрастанию) число X, для которого алгоритм хоть что-нибудь напечатает. Для решения задачи нужно написать программу, выполняющую перебор.

```
var x:integer;
begin
  readln(x);
  while x < 100 do begin
    if x mod 2 < 1 then
      x := x div 2
    else
      x := 3*x + 1
    end;
  writeln(x);
end.
```

7) Документ объёмом 10 Мбайт можно передать с одного компьютера на другой двумя способами:

- А. Сжать архиватором, передать архив по каналу связи, распаковать.
- Б. Передать по каналу связи без использования архиватора.

Какой способ быстрее и насколько, если:

- средняя скорость передачи данных по каналу связи составляет 2^{20} бит в секунду;
- объём сжатого архиватором документа равен 10% исходного;

- время, требуемое на сжатие документа, – 20 секунд, на распаковку – 2 секунды?
В ответе напишите букву А, если быстрее способ А, или Б, если быстрее способ Б. Сразу после буквы напишите число, обозначающее, на сколько секунд один способ быстрее другого.

Так, например, если способ Б быстрее способа А на 50 секунд, в ответе нужно написать Б50.

8) Петя составляет пятибуквенные слова из букв слова ПАРУС и записывает их в алфавитном порядке в список. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААП
3. ААААР
4. ААААС
5. ААААУ
6. АААПА

...

Укажите номер первого слова в списке, начинающегося на У, в котором две буквы А не стоят рядом?

9) Исполнитель Черепашка перемещается на экране компьютера, оставляя след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует три команды: **Вперёд n** (где **n** — целое число), вызывающая передвижение Черепашки на **n** шагов в направлении движения; **Направо m** (где **m** — целое число), вызывающая изменение направления движения на **m** градусов по часовой стрелке; **Налево x** (где **x** — целое число), вызывающая изменение направления движения на **x** градусов против часовой стрелки. Запись **Повтори k [Направо m Вперёд n Налево x]** означает, что последовательность команд в скобках повторится **k** раз.

Откройте файл электронной таблицы **9-2.xls**, содержащей в каждой строке четыре натуральных числа, являющиеся последовательностью значений **k, m, n, x**. Выясните, какое количество четверок чисел соответствует тому, что на экране появится правильный пятиугольник? В ответе запишите только число.

11) Для регистрации на сайте необходимо продумать пароль, состоящий из 9 символов. Он должен содержать хотя бы 1 цифру, строчные или заглавные буквы латинского алфавита (алфавит содержит 26 букв) и хотя бы 1 символ из перечисленных: «.», «\$», «#», «@», «%», «&». В базе данных для хранения сведения о каждом пользователе отведено одинаковое и минимальное возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственного пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт одинаковое для каждого пользователя. Для хранения сведений о двадцати пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе. В ответе запишите только целое число – количество байт.

12) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах **v** и **w** обозначают цепочки цифр.

заменить (**v, w**)

нашлось (**v**)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки **v** на цепочку **w**, вторая проверяет, встречается ли цепочка **v** в строке исполнителя Редактор. Если она встречается,

то команда возвращает логическое значение "истина", в противном случае возвращает значение "ложь".

Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (78) ИЛИ нашлось (7)

ЕСЛИ нашлось (788)

ТО заменить (78, 8887)

ИНАЧЕ заменить (7, 8888)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей одной цифры 7 и 55 стоящих справа от неё цифр 8? В ответ, запишите, сколько цифр 8 будет в конечной строке.

14) Значение выражения $18^{105} + 25 \cdot 16^{100} - 3^{51} + 15^{90}$ записали в системе счисления с основанием

16. Определите количество комбинаций цифр 66 в этой записи.

15) На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 42]$, $Q = [25, 98]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

16) Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 0 \text{ при } n = 0$$

$$F(n) = F(n/2) - 1 \text{ при } n > 0 \text{ для чётных } n$$

$$F(n) = 2 + F(n-1) \text{ при } n > 0 \text{ для нечётных } n$$

Сколько существует чисел n , меньших 1000, для которых значение $F(n)$ будет равно 3?

17) Назовём натуральное число подходящим, если количество делителей, входящих в список (9, 11, 13, 15), меньше количества делителей, входящих в список (25, 33, 40, 45). Найдите все подходящие числа, принадлежащих отрезку [45000; 46000]. В ответе запишите два целых числа: сначала количество, затем среднее арифметическое всех найденных чисел (только целую часть).

19-21) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу один камень;**

б) **добавить в кучу два камня;**

в) **добавить в кучу три камня;**

г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 33$.

Задание 19.

Найдите значение S , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

Задание 20.

Найдите минимальное и максимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Задание 21

Найдите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.