

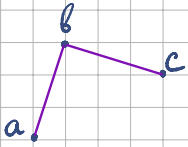


# Графы

## Определение:

Граф - конечное множество **вершин** и заданное на нем антирефлексивное и симметричное **отношение**, называемое множеством **ребер**

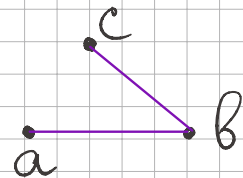
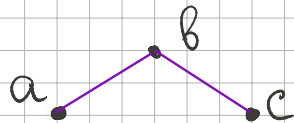
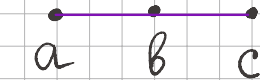
Граф - G  
Множество ребер - E  
Множество вершин - V



$$V = \{a, b, c\}$$

$$E = \{(a, b), (b, a), (b, c), (c, b)\}$$

## ВАЖНО:



ЭТО ВСЕ ЯВЛЯЮТСЯ ГРАФАМИ

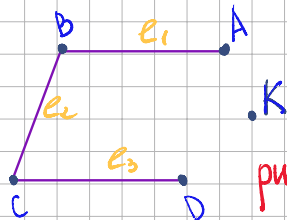


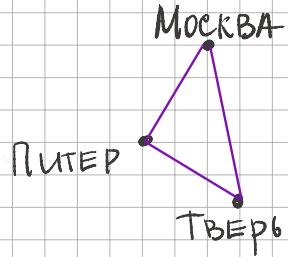
рис. 1

## НАДО ЗНАТЬ

Повторить: рефлексивность, симметричность, антирефлексивность

## ПРИМЕЧАНИЕ

"Вершинами" может быть все, что угодно: к примеру, города



## Определение!

Если есть ребро (a,b) в графе, то вершины a, b называют **смежными**, а само ребро (a,b) - **инцидентным** вершинам a, b.

## Определение:

Количество ребер, инцидентных вершине, называют её **степенью** (deg V).

Если степень вершины равна 0, то вершину называют **изолированной**.

## Определение:

Пусть дан граф (рис.1) с вершинами A, B, C, D, K. и рёбрами e1, e2, e3. **Путьем** из A в D называют последовательность вершин и ребер Ae1Be2Ce3D.

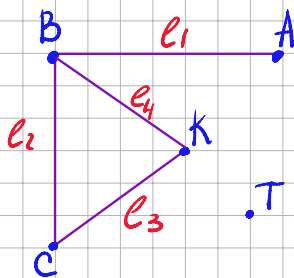
## Определение:

**Длина пути** - количество ребер, в него входящих.

# МАТРИЦЫ

|   | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ |
|---|-------|-------|-------|-------|
| A | 1     | 0     | 0     | 0     |
| B | 1     | 1     | 0     | 1     |
| C | 0     | 1     | 1     | 0     |
| K | 0     | 0     | 1     | 1     |
| T | 0     | 0     | 0     | 0     |

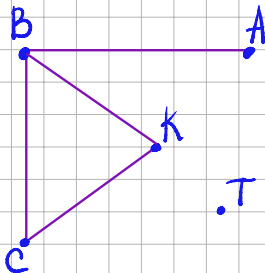
↑  
 СТОЛБЕЦ ПОКАЗЫВАЕТ,  
 КАКИМ ВЕРШИНАМ  
 ИНЦИДЕНТНО РЕБРО



ЭТО МАТРИЦА  
 ИНЦИДЕНТНОСТИ

|   | A | B | C | K | T |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| C | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| K | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| T | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

"1" СТАВИТСЯ В  
 СЛУЧАЕ, ЕСЛИ  
 ВЕРШИНЫ СМЕЖНЫЕ



МАТРИЦА  
 СМЕЖНОСТИ

## Определение:

**Простой путь** - путь без повторения ребер

## Определение:

Если между **двумя** любыми различными вершинами графа существует путь, то граф называется связным

## Определение:

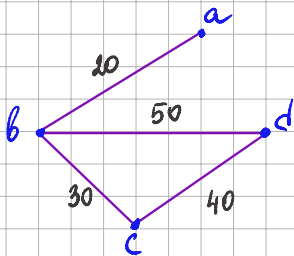
Если в графе есть изолированная вершина, то он **не является связным**.

## Определение:

**Простой** путь ненулевой длины, соединяющий вершину с самой собой, называют циклом.

## Определение:

**Взвешенный граф** - граф, в котором каждому ребру соответствует некая величина, которую называют "весом"



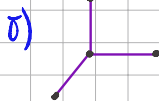
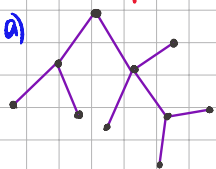
|   | a  | b  | c  | d  |
|---|----|----|----|----|
| a |    | 20 |    |    |
| b | 20 |    | 30 | 50 |
| c |    | 30 |    | 40 |
| d |    | 50 | 40 |    |

Взвешенная матрица

## Определение:

**Дерево** - связный граф без циклов

## Примеры:



## Определение:

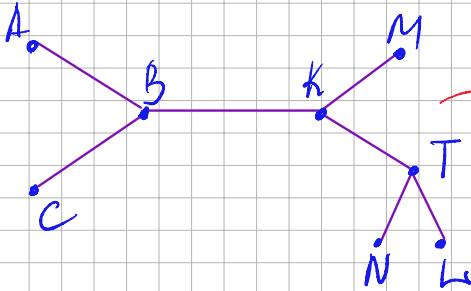
Вершины степени 1 называют "листьями"

Все остальные вершины - "внутренними листьями"

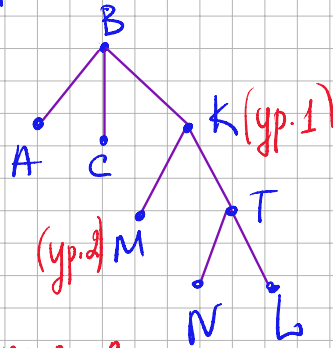


# Определение:

Корневое дерево - дерево, в котором определён корень. Под корнем будем понимать выделенную среди других вершину.



КОРЕНЬ В



Высота - 3

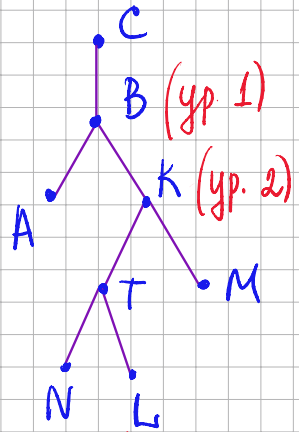
# Определение:

Уровень вершины - длина простого пути от корня до вершины

# Определение:

Высота дерева - длина самого длинного простого пути от корня до вершины

КОРЕНЬ С



Высота - 4